

SEMINAR 5**SISTEME DE FORȚE COPLANARE****CUPRINS**

5. Sisteme de forțe coplanare1
Cuprins1
Introducere1
5.1. Aspecte teoretice2
5.2. Aplicații rezolvate3

5. Sisteme de forțe coplanare**Introducere
seminar**

În acest seminar se va determina efectul unui sistem de forțe coplanare într-un punct.

Deoarece în seminariile ce urmează calculul va fi un calcul plan, reducerea sistemelor de forțe coplanare într-un punct prezintă o foarte mare importanță.

**Obiective seminar**

După parcurgerea acestui seminar cursantul va ști:

- să determine rezultanta unui sistem de forțe coplanare;
- să determine și să reprezinte momentul rezultat al unui sistem de forțe coplanare într-un punct;
- să reprezinte tursorul unui sistem de forțe coplanare într-un punct.

**Durata medie de
studiu individual**

2 ore

Acest interval de timp presupune asimilarea noțiunilor prezentate în acest seminar și realizarea aplicațiilor.



Cunoștințe necesare

Cunoștințele necesare studiului acestui seminar sunt:

- determinarea rezultantei unui sistem de forțe (seminar 2) ;
- determinarea momentului rezultat al unui sistem de forțe în raport cu un punct (seminar 3);
- noțiunea de torsor al sistemului de forțe în raport cu un punct (modul 4, pag. 3,4);
- studiul sistemelor de forțe coplanare (modul 5, pag. 3,4).

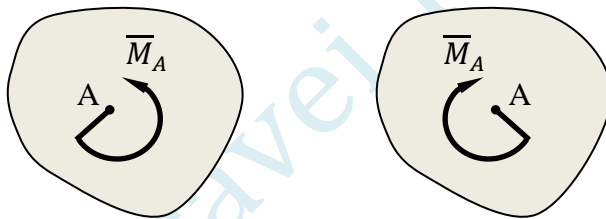
5.1. Aspecte teoretice

Fie sistemul de forțe coplanare \vec{F}_i , acționând în planul xOy .

Efectul sistemului de forțe \vec{F}_i într-un punct oarecare din planul forțelor este torsorul sistemului de forțe în raport cu acel punct. Dacă se consideră punctul O , expresia torsorului sistemului de forțe coplanare \vec{F}_i în raport cu acest punct este:

$$\tau_o(\vec{F}_i) \begin{cases} \vec{R} = X \cdot \vec{i} + Y \cdot \vec{j} \\ \vec{M}_o = M_o \cdot \vec{k} \end{cases}$$

În cazul în care se studiază o problemă plană în care apar vectori perpendiculari pe planul



Vectorul \vec{M}_A „iese” din
planul reprezentării

Vectorul \vec{M}_A „intră” în
planul reprezentării

Fig. 5.1

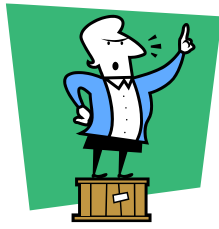
considerat, reprezentarea acestor vectori se va face prin evidențierea sensului acelui vector și prin indicarea mărimii lui.

În figura 5.1 se reprezintă momentul rezultat al unui sistem de forțe coplanare în raport cu un punct oarecare A . Pentru determinarea

sensului acestui vector, se va roti burghiul drept în sensul indicat în reprezentare.

Momentele forțelor în raport cu axa Oz au mărimile egale cu mărimile momentelor forțelor în raport cu punctul în care axa Oz intersectează planul forțelor.

5.2. Aplicații rezolvate



Enunț general

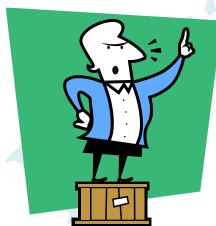


Etapă de rezolvare

Să se determine și să se reprezinte efectul mecanic în punctul O produs de sistemul de forțe din figură.

Etapă de rezolvare sunt:

- se alege un sistem de referință cartezian drept, dacă acesta nu este precizat (sistemul de referință va avea originea în punctul în raport cu care se determină efectul sistemului de forțe);
- se alunecă toate forțele în puncte convenabile (având poziția ușor de definit) și se descompun pe direcțiile axelor sistemului de referință;
- se determină mărimile tuturor acestor componente;
- se determină rezultanta sistemului de forțe;
- se determină momentul rezultat în raport cu originea sistemului de referință;
- se scrie expresia tursorului sistemului de forțe în raport cu originea sistemului de referință;
- se reprezintă tursorul sistemului de forțe în raport cu originea sistemului de referință.



Enunț

APLICAȚIA 1

Fie sistemul de forțe din figura 5.2. Cunoșcând mărimile forțelor $F_1 = 3\sqrt{13}F$, $F_2 = 2\sqrt{10}F$, $F_3 = 4\sqrt{5}F$, $F_4 = 5\sqrt{2}F$, $F_5 = 12F$, $F_6 = 2F$, $M_1 = 15aF$, $M_2 = 12aF$, să se determine și să se reprezinte efectul acestui sistem de forțe în raport cu punctul O.

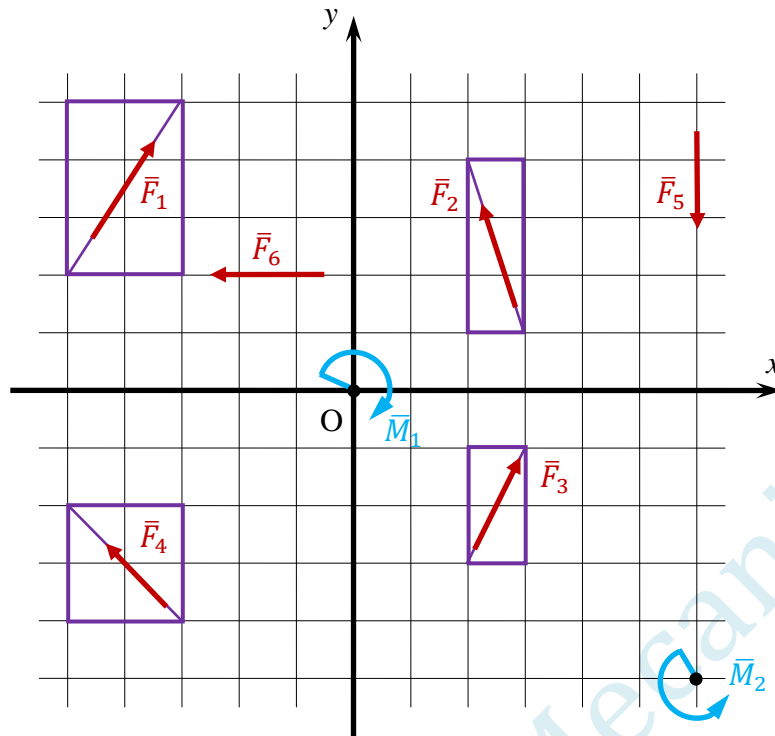


Fig. 5.2

Rezolvare:

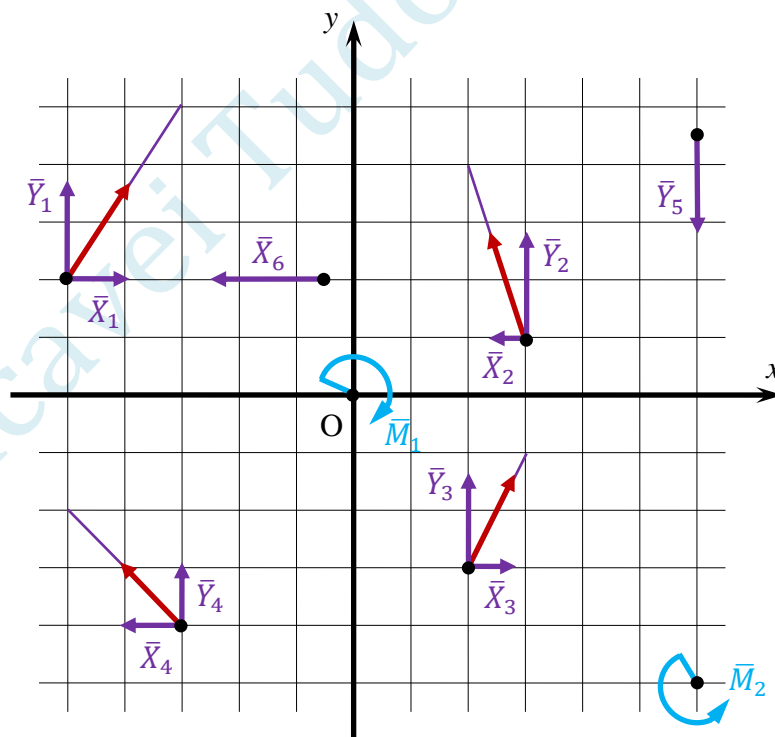


Fig. 5.3

În figura 5.2 se observă doi vectori de tip moment de forță. Aceste momente apar ca urmare a acțiunii unor sisteme de forțe ce se reduc la cupluri de forțe. Cum momentul unui cuplu de forțe este un vector liber, nu interesează poziția punctului său de aplicație. Aceste momente vor interveni numai în relațiile de calcul ale momentului rezultat.

Deoarece se lucrează în raport cu un sistem de referință drept, momentele forțelor vor fi pozitive dacă forțele vor roti în jurul axei Oz (practic în jurul punctului de intersecție al axei Oz cu planul xOy) în sens trigonometric (antiorar).

Etape de rezolvare:

1) Alegerea sistemului de referință.

Sistemul de referință este indicat prin enunț.

2) Alunecarea forțelor în puncte convenabile și descompunerea acestora pe direcțiile axelor sistemului de referință.

În figura 5.3 s-au evidențiat componentele forțelor pe direcțiile axelor de coordonate.

3) Determinarea mărimilor componentelor forțelor pe axele sistemului de referință.

Forța \bar{F}_1 :

- mărimea diagonalei dreptunghiului este:

$$d_1 = \sqrt{(2a)^2 + (3a)^2} = \sqrt{13}a$$

- mărimile componentelor forței \bar{F}_1 pe direcțiile axelor de coordonate sunt:

$$X_1 = 3\sqrt{13}F \cdot \frac{2a}{\sqrt{13}a} = 6F$$

$$Y_1 = 3\sqrt{13}F \cdot \frac{3a}{\sqrt{13}a} = 9F$$

Forța \bar{F}_2 :

- mărimea diagonalei dreptunghiului este:

$$d_2 = \sqrt{(a)^2 + (3a)^2} = \sqrt{10}a$$

- mărimile componentelor forței \bar{F}_2 pe direcțiile axelor de coordonate sunt:

$$X_2 = 2\sqrt{10}F \cdot \frac{a}{\sqrt{10}a} = 2F$$

$$Y_2 = 2\sqrt{10}F \cdot \frac{3a}{\sqrt{10}a} = 6F$$

Forța \bar{F}_3 :

- mărimea diagonalei dreptunghiului este:

$$d_3 = \sqrt{(a)^2 + (2a)^2} = \sqrt{5}a$$

- mărimile componentelor forței \bar{F}_2 pe direcțiile axelor de coordonate sunt:

$$X_3 = 4\sqrt{5}F \cdot \frac{a}{\sqrt{5}a} = 4F$$

$$Y_3 = 4\sqrt{5}F \cdot \frac{2a}{\sqrt{5}a} = 8F$$

Forța \bar{F}_4 :

- mărimea diagonalei dreptunghiului este:

$$d_4 = \sqrt{(2a)^2 + (2a)^2} = 2\sqrt{2}a$$

- mărimile componentelor forței \bar{F}_2 pe direcțiile axelor de coordonate sunt:

$$X_4 = 5\sqrt{2}F \cdot \frac{2a}{2\sqrt{2}a} = 5F$$

$$Y_4 = 5\sqrt{2}F \cdot \frac{2a}{2\sqrt{2}a} = 5F$$

Forța \bar{F}_5 :

- mărimile componentelor forței \bar{F}_3 pe direcțiile axelor de coordonate sunt:

$$X_5 = 0$$

$$Y_5 = F_5 = 12F$$

Forța \bar{F}_5 :

- mărimile componentelor forței \bar{F}_3 pe direcțiile axelor de coordonate sunt:

$$X_6 = F_6 = 2F$$

$$Y_6 = 0$$

- 4) Determinarea rezultantei sistemului de forțe.

$$\bar{R} = X \cdot \bar{i} + Y \cdot \bar{j}$$

$$X = \sum X_i = X_1 - X_2 + X_3 - X_4 - X_6 = 6F - 2F + 4F - 5F - 2F = F$$

$$Y = \sum Y_i = Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_4 - Y_5 = 9F + 6F + 8F + 5F - 12F = 16F$$

$$\bar{R} = F \cdot \bar{i} + 16F \cdot \bar{j}$$

$$R = \sqrt{X^2 + Y^2} = \sqrt{F^2 + (16F)^2} = 16,03F$$

- 5) Determinarea momentului rezultat în raport cu originea sistemului de referință.

$$\bar{M}_O = M_O \cdot \bar{k}$$

$$M_O = -X_1 \cdot 2a - Y_1 \cdot 5a + X_2 \cdot a + Y_2 \cdot 3a + X_3 \cdot 3a + Y_3 \cdot 2a - X_4 \cdot 4a - Y_4 \cdot 3a - Y_5 \cdot 6a \\ + X_6 \cdot 2a - M_1 + M_2$$

$$M_O = -6F \cdot 2a - 9F \cdot 5a + 2F \cdot a + 6F \cdot 3a + 4F \cdot 3a + 8F \cdot 2a - 5F \cdot 4a - 5F \cdot 3a \\ - 12F \cdot 6a + 2F \cdot 2a - 15aF + 12aF = -115aF$$

$$\bar{M}_O = -115aF \cdot \bar{k}$$

$$M_O = \sqrt{(-115aF)^2} = 115aF$$

- 6) Torsorul sistemului de forțe în raport cu originea sistemului de referință este:

$$\tau_O(\bar{F}_i) \begin{cases} \bar{R} = F \cdot \bar{i} + 16F \cdot \bar{j} \\ \bar{M}_O = -115aF \cdot \bar{k} \end{cases}$$

- 7) Reprezentarea torsorului sistemului de forțe în punctul O (figura 5.4).

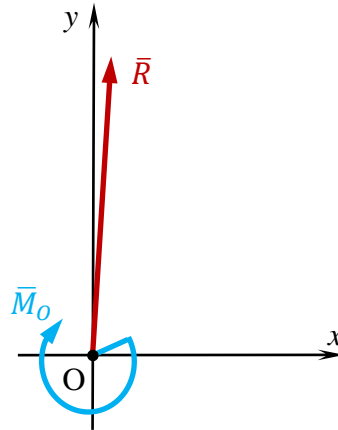


Fig. 5.4



**Prezentarea
rezultatelor și
modul de evaluare**

Cursantul trebuie să prezinte următoarele:

- figură cu descompunerea sistemului de forțe – 1p;
- determinarea mărimilor componentelor forțelor pe direcțiile axelor de coordonate – 1p;
- determinarea rezultantei sistemului de forțe – 2p;
- determinarea momentului rezultat în raport cu originea sistemului de referință – 3p;
- scrierea torsorului sistemului de forțe în raport cu originea sistemului de referință – 1p;
- reprezentarea torsorului sistemului de forțe în raport cu originea sistemului de referință – 1p.

La cele 9 puncte se adaugă 1 punct din oficiu.

Cursantul îndeplinește obiectivele acestui seminar dacă obține în urma evaluării 6 puncte.

Cursantul care obține rezultate eronate într-o etapă nu mai cumulează puncte din etapele ulterioare.