

SEMINAR 12

STATICA SISTEMELOR – UTILIZAREA SIMETRIEI

CUPRINS

12. Statica sistemelor – Utilizarea simetriei1
Cuprins1
Introducere1
12.1. Aspecte teoretice2
12.2. Aplicații rezolvate5

12. Statica sistemelor – Utilizarea simetriei



În acest seminar se vor rezolva reacțiunile din legăturile unui sistem de corpuri static determinat simetric utilizând proprietățile simetriei.

Aplicațiile studiate sunt aplicații în plan.

**Introducere
seminar**



Obiective seminar

După parcurgerea acestui seminar cursantul va ști:

- să identifice un sistem de corpuri simetric;
- să aranjeze corespunzător încărcările în vederea utilizării simetriei;
- să scrie condițiile de echilibru pentru un sistem de corpuri static determinat simetric utilizând semistructurile.



**Durata medie de
studiu individual**

2 ore

Acest interval de timp presupune asimilarea noțiunilor prezentate în acest seminar și realizarea aplicațiilor.



**Cunoștințe
necesare**

Cunoștințele necesare studiului acestui seminar sunt:

- scrierea condițiilor de echilibru scalare de tip ecuații de forțe (seminar 2, seminar 5, modul 7);
- scrierea condițiilor de echilibru scalare de tip ecuații de momente, sisteme de forțe coplanare (seminar 3, seminar 5, modul 5);
- utilizarea simetriei în rezolvarea sistemelor de corpuri (modul 11).

12.1. Aspecte teoretice

Un sistem de corpuri simetric este acel sistem de corpuri care prezintă atât simetrie a formei cât și o simetrie a legăturilor.

Se vor aborda doar sistemele de corpuri la care axa de simetrie trece prin articulații intermediare. Pentru a studia celelalte sisteme de corpuri simetrice este nevoie de cunoștințe ce se vor dezvolta ulterior.

Încărcările unui sistem de corpuri pot fi (figura 12.1):

- încărcări simetrice – sunt încărcări care se suprapun identic dacă se „pliază” sistemul de corpuri după axa de simetrie;
- încărcări antisimetrice – sunt încărcări care se anulează identic la plierea sistemului de corpuri după axa de simetrie;
- încărcări oarecare.

Dacă asupra unui sistem de corpuri simetric acționează o încărcare simetrică atunci și reacțiunile din legături sunt simetrice. Rezultă o diminuare a numărului de necunoscute introduse de legături la jumătate, deci se poate reduce la jumătate și numărul ecuațiilor de echilibru utilizate.

Dacă asupra unui sistem de corpuri acționează o încărcare antisimetrică atunci și reacțiunile din legături sunt antisimetrice. Rezultă o diminuare a numărului de necunoscute introduse de legături la jumătate, deci se poate reduce la jumătate și numărul ecuațiilor de echilibru utilizate.

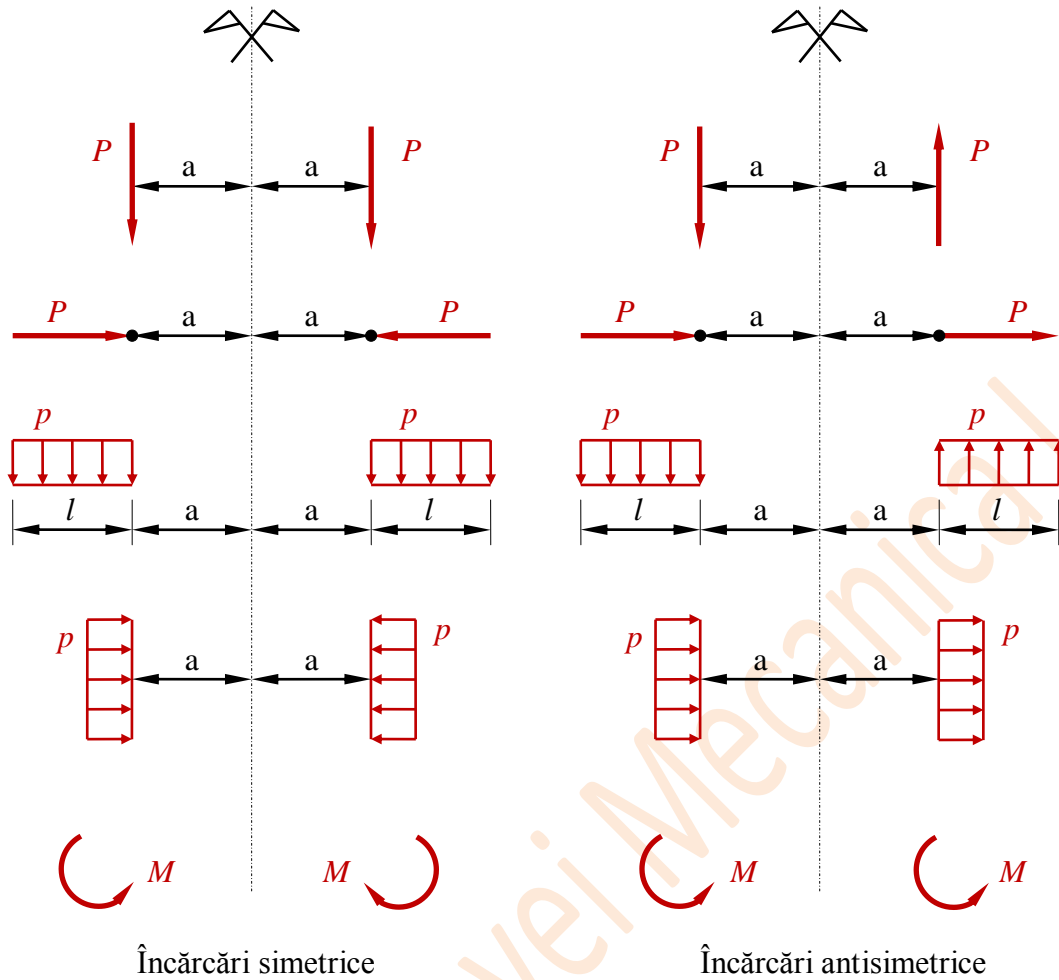


Fig. 12.1. Încărcări simetrice și antisimetrice

Dacă încărcarea este oarecare, aceasta se poate descompune întotdeauna în două componente (figura 12.2): componenta simetrică, respectiv componenta antisimetrică a încărcării considerate.

Datorită simetriei sistemului de corpuri și a simetriei sau antisimetriei încărcărilor, calculul reacțiunilor poate fi realizat și pe jumătate de structură (semistructură).

Într-o articulație intermediară ce leagă jumătățile unui sistem de corpuri simetric acționat de o încărcare simetrică, semistructura va păstra doar perechea de necunoscute simetrice (forțele de legătură atisimetrice sunt zero) și atunci semistructura va avea ca legătură în acel punct un reazem simplu cu direcția perpendiculară pe axa de simetrie (figura 12.3).

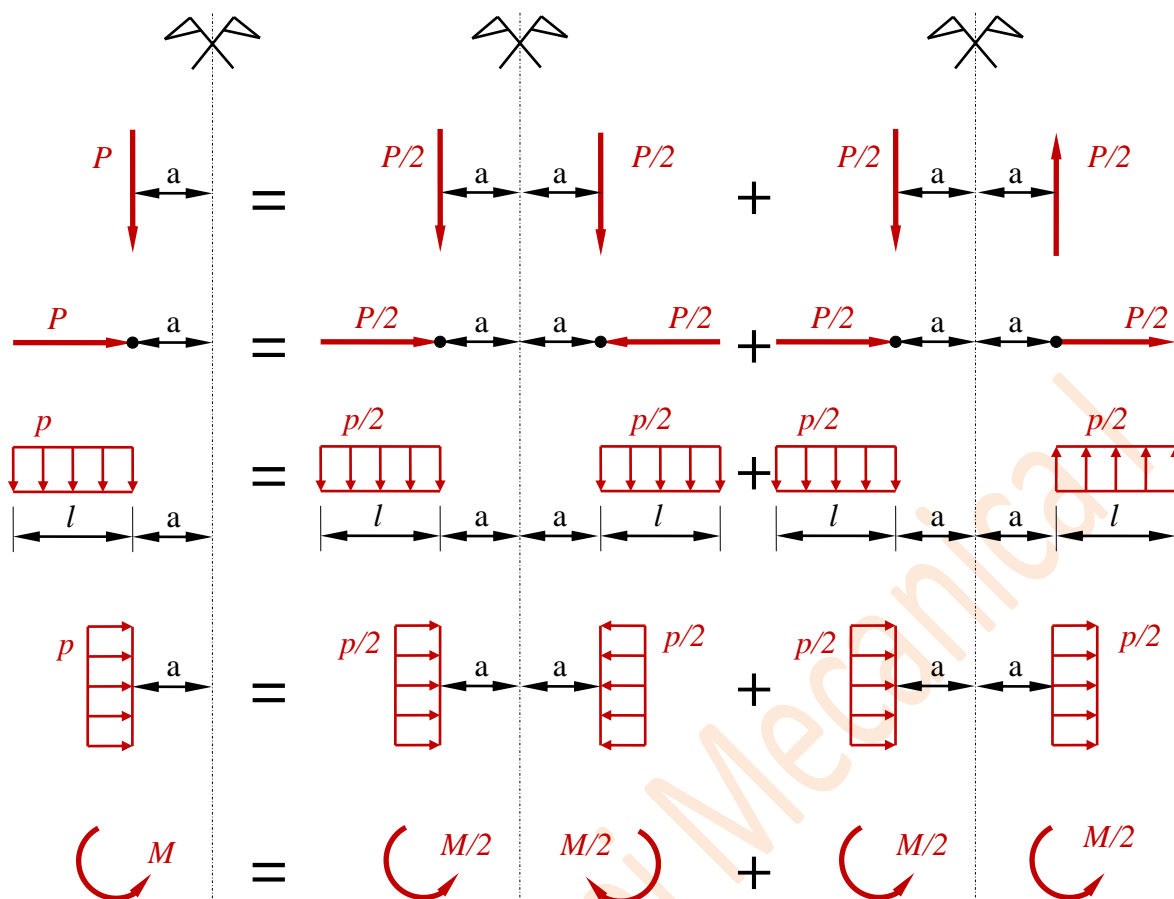


Fig. 12.2. Descompunerea încărcării oarecare în componentele simetrică și antisimetrică

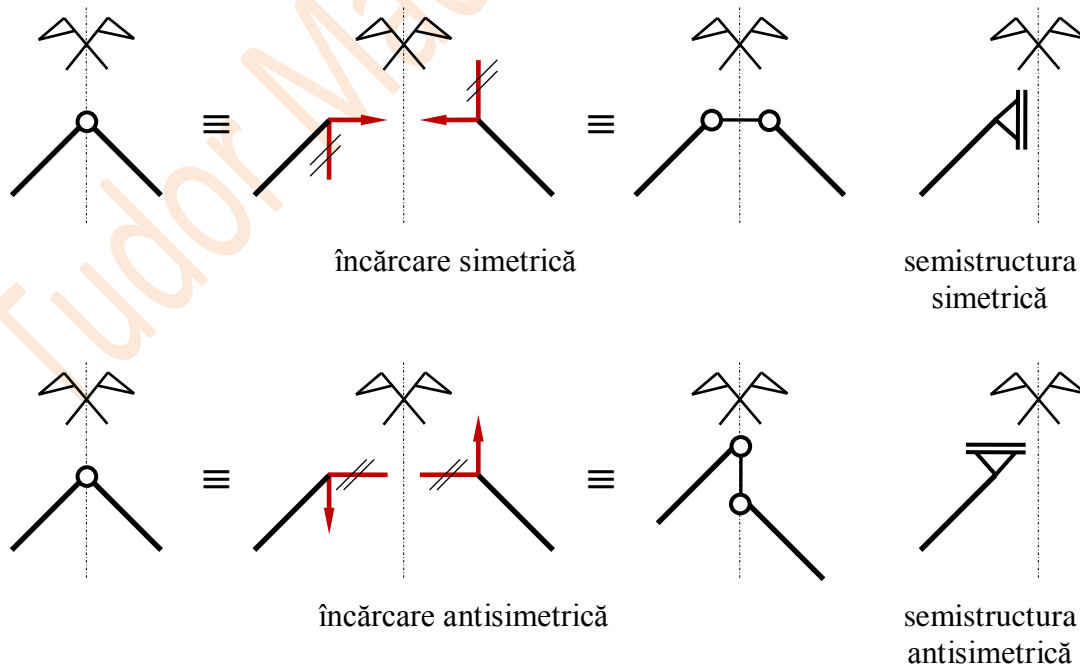
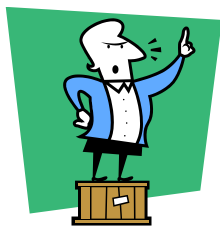


Fig. 12.3.

12.2. Aplicații rezolvate



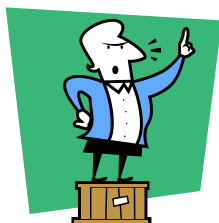
Enunț general



Etape de rezolvare

Pentru sistemul de corpuri din figură să se determine reacțiunile utilizând proprietățile simetriei.

- 1) Se verifică dacă sistemul de corpuri este static determinat și simetric;
- 2) Se realizează semistructurile simetrică și antisimetrică și se încarcă corespunzător;
- 3) Se determină reacțiunile corespunzătoare celor două semistructuri;
- 4) Se determină și se reprezintă rezultatele obținute pe structura inițială.



Enunț

APLICAȚIA 1

Pentru sistemul de corpuri din figura 12.4 să se determine reacțiunile utilizând proprietățile simetriei.

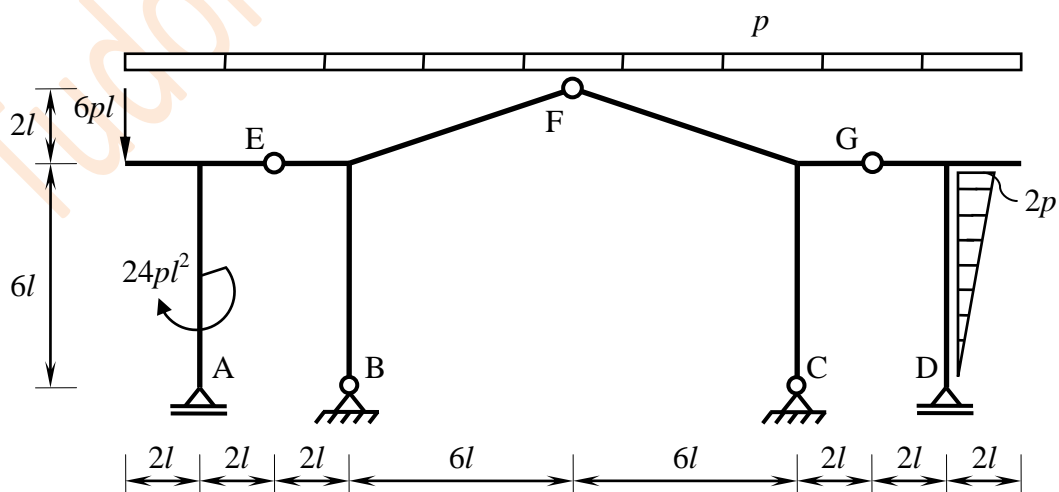


Fig. 12.4

1. Se verifică dacă sistemul de corpuri este static determinat și simetric:

Condiția cantitativă:

$$3 \cdot N_C = 3 \cdot N_i + 2 \cdot N_{a.s.} + 1 \cdot N_{r.s.}$$

$$3 \cdot 4 = 3 \cdot 0 + 2 \cdot 5 + 1 \cdot 2$$

$$12 = 12$$

Condiția calitativă:

Corpurile EBF și FCG au ca legături două articulații fixe (B și C) și o articulație intermediară (F). Cele trei articulații sunt necoliniare, deci cele două corpuri formează un cadru triplu articulat. Rezultă că articulațiile intermediare E și G sunt articulații fixe. Corpurile AE și GD au amândouă ca legături o articulație fixă și un reazem simplu (direcția reazemului nu trece prin articulație). Rezultă că toate corpurile din sistem sunt fixe, deci sistemul de corpuri este static determinat.

Se observă că verticala ce trece prin punctul F este axă de simetrie.

2. Se realizează semistructurile simetrică și antisimetrică și se încarcă corespunzător.

Se observă că, deși sistemul de corpuri este simetric, încărcarea este oarecare. Pentru utilizarea proprietăților simetriei este necesară realizarea semistructurilor simetrică (figura 12.5) și antisimetrică (figura 12.6).

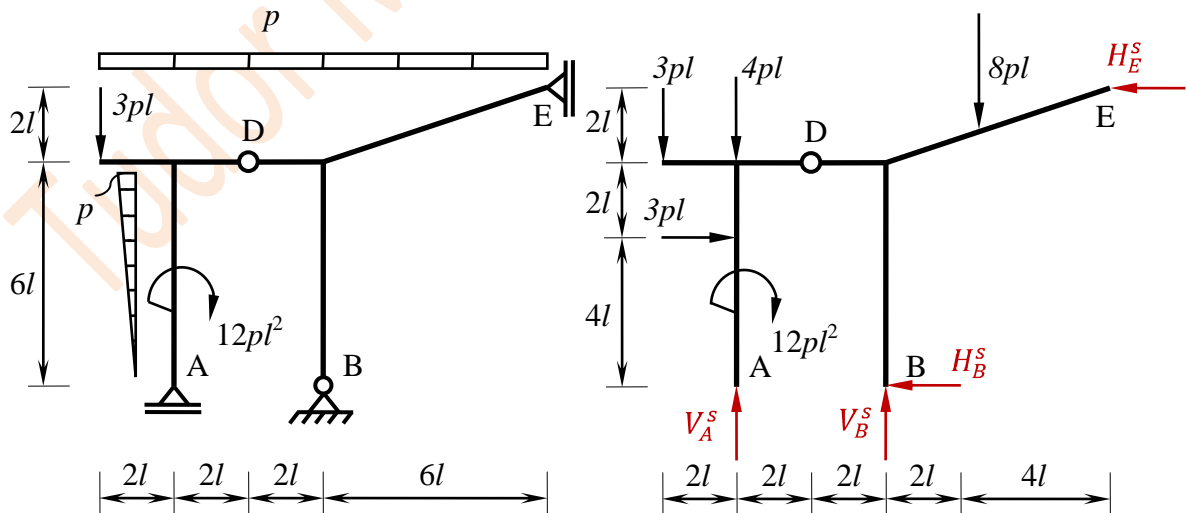


Fig. 12.5. Semistructura simetrică

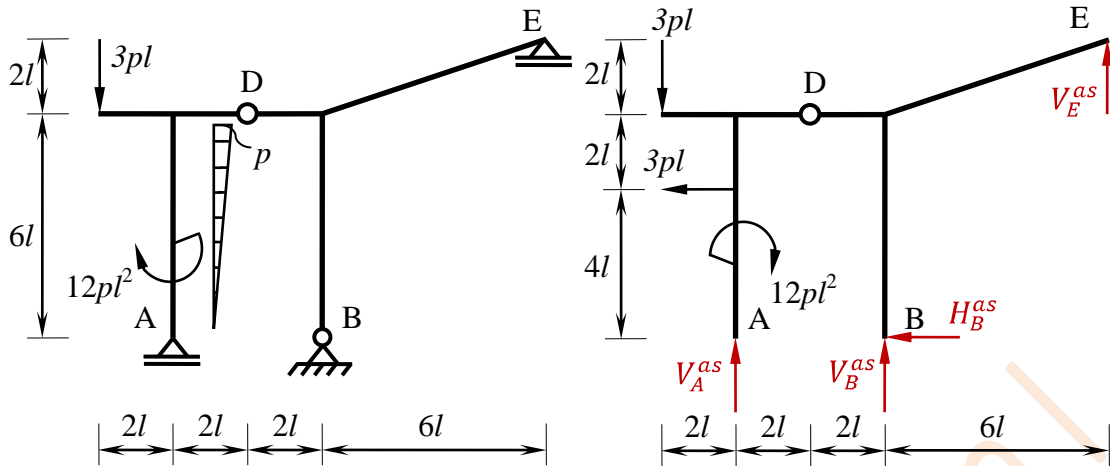


Fig. 12.6. Semistructura antisimetrică

3) Determinarea reacțiunilor corespunzătoare celor două semistructuri.

Semistructura simetrică:

$$\sum X_i = 0: 3pl - H_B^s - H_E^s = 0 \quad (1)$$

$$\sum M_A = 0: 12pl^2 + 3pl \cdot 4l - 3pl \cdot 2l - V_B^s \cdot 4l + 8pl \cdot 6l - H_E^s \cdot 8l = 0 \quad (2)$$

$$\sum M_B = 0: V_A^s \cdot 4l + 12pl^2 + 3pl \cdot 4l - 3pl \cdot 6l - 4pl \cdot 4l + 8pl \cdot 2l - H_E^s \cdot 8l = 0 \quad (3)$$

$$\sum M_D^{st} = 0: V_A^s \cdot 2l + 12pl^2 - 3pl \cdot 2l - 3pl \cdot 4l - 4pl \cdot 2l = 0 \quad (4)$$

Din rezolvarea sistemului de ecuații rezultă:

$$V_A^s = 7pl; V_B^s = 8pl; H_B^s = -1,25pl; H_E^s = 4,25pl$$

Verificarea rezultatelor:

$$\sum Y_i = 0: V_A^s + V_B^s - 3pl - 4pl - 8pl = 7pl + 8pl - 15pl = 0$$

Semistructura antisimetrică:

$$\sum X_i = 0: 3pl + H_B^{as} = 0 \quad (1)$$

$$\sum M_A = 0: 12pl^2 - 3pl \cdot 4l - 3pl \cdot 2l - V_B^{as} \cdot 4l - V_E^{as} \cdot 10l = 0 \quad (2)$$

$$\sum M_B = 0: V_A^{as} \cdot 4l + 12pl^2 - 3pl \cdot 4l - 3pl \cdot 6l - V_E^{as} \cdot 6l = 0 \quad (3)$$

$$\sum M_D^{st} = 0: V_A^{as} \cdot 2l + 12pl^2 + 3pl \cdot 2l - 3pl \cdot 4l = 0 \quad (4)$$

Din rezolvarea sistemului de ecuații rezultă:

$$V_A^{as} = -3pl; V_B^{as} = 11pl; H_B^{as} = -3pl; V_E^{as} = -5pl$$

Verificarea rezultatelor:

$$\sum Y_i = 0: V_A^{as} + V_B^{as} + V_E^{as} - 3pl = -3pl + 11pl - 5pl - 3pl = 0$$

4) Determinarea și reprezentarea rezultatelor obținute pe structura inițială.

Reacțiunile finale ale sistemului se obțin sumând reacțiunile găsite pentru fiecare caz de încărcare (figura 12.7).

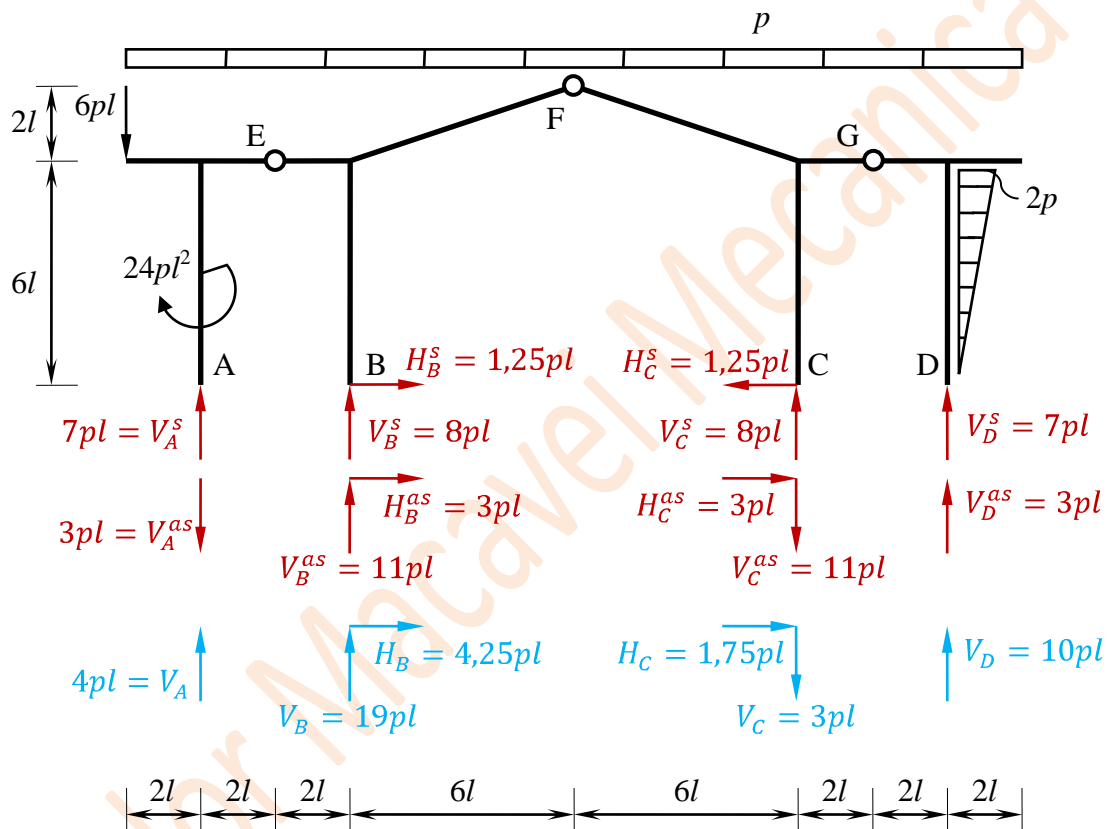


Fig. 12.7



**Prezentarea
rezultatelor și
modul de evaluare**

Cursantul trebuie să prezinte următoarele:

- verificarea sistemului de corpuri (dacă este static determinat și simetric) – 1p;
- realizarea corectă a semistructurii simetrice – 1p;
- rezolvarea reacțiilor corespunzătoare semistructurii simetrice – 2p;
- realizarea corectă a semistructurii antisimetrice – 1p;
- rezolvarea reacțiilor corespunzătoare semistructurii antisimetrice – 2p;
- determinarea reacțiilor pe structura inițială – 1p;
- reprezentarea reacțiilor structurii inițiale – 1p.

La cele 9 puncte se adaugă 1 punct din oficiu.

Cursantul îndeplinește obiectivele acestui seminar dacă obține în urma evaluării 5 puncte.

Cursantul care obține rezultate eronate într-o etapă nu mai cumulează puncte din etapele ulterioare.



Bibliografie modul

[1]. Szolga, V., Szolga, A. M., „Mecanica Teoretică. Note de curs și îndrumător de seminar. Partea I”, Editura Conspress, București, 2003, pag. 159.